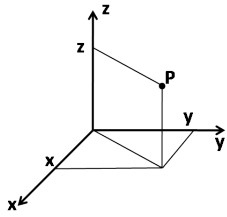
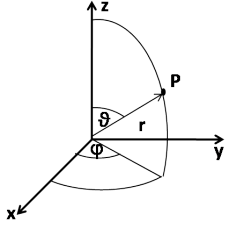
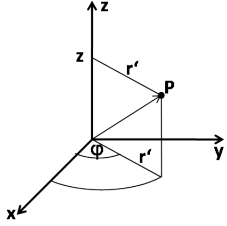


# Mathematische Hilfsmittel

Koordinatensystem	kartesisch	Kugelkoordinaten	Zylinderkoordinaten
Koordinaten	$(x, y, z)$	$(r, \vartheta, \varphi)$	$(r', \varphi, z)$
			
Volumenelement dV	$dx dy dz$	$r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$	$r' dr' dz d\varphi$

## Additionstheoreme:

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A + B) + \sin(A - B)]$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

$$1 = \cos^2 A + \sin^2 A$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A + B}{2} \cos \frac{A - B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A + B}{2} \sin \frac{A - B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A + B}{2} \cos \frac{A - B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A + B}{2} \sin \frac{A - B}{2}$$

## Physikalische Konstanten

Fallbeschleunigung	$g = 9,81$	$m s^{-2}$
Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c = 2,99792458$	$\cdot 10^8 m s^{-1}$
elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,854188$	$\cdot 10^{-12} F m^{-1}$
Planck'sches Wirkungsquantum	$h = 6,626076$	$\cdot 10^{-34} J s$
Elementarladung	$e = 1,602177$	$\cdot 10^{-19} C$

# Mechanik

## Kinematik

lineare Bewegung:	$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + x_0$	$t$ : Zeit
	$v(t) = at + v_0$	$x$ : Ort
	$a(t) = a$	$x_0$ : Ort zum Zeitpunkt $t=0$
		$v$ : Geschwindigkeit
		$v_0$ : Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=0$
		$a$ : Beschleunigung
Kreisbewegung:	$\varphi(t) = \frac{\alpha}{2}t^2 + \omega_0t + \varphi_0$	$\varphi$ : Winkel
	$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$	$\varphi_0$ : Winkel zum Zeitpunkt $t=0$
	$\alpha(t) = \alpha$	$\omega$ : Winkelgeschwindigkeit
	$v = \omega r$	$\omega_0$ : Winkelgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=0$
	$a = \omega^2 r$	$\alpha$ : Winkelbeschleunigung
		$r$ : Radius

## Dynamik

- (i) Trägheitsprinzip + Kräfteaddition
- (ii) Aktionsprinzip,  $F = m \cdot a$
- (iii) Reaktionsprinzip

Kraft $\vec{F}$	Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Masse $m$	Trägheitsmoment $\theta = mr^2$ (Massepunkt)
Impuls $\vec{p}$	Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
$\vec{F} = \frac{dp}{dt}$	$\vec{M} = \frac{dL}{dt}$
$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = \theta\vec{\omega}$
$E = \frac{mv^2}{2}$	$E = \frac{\theta\omega^2}{2}$

Federkraft  $\vec{F} = -D\vec{x}$      $D$  : Federkonstante  
 $x$  : Auslenkung

## Arbeit, Energie, Leistung

$W = \int \vec{F} d\vec{s}$	Arbeit
$W = mgh$	Hubarbeit bzw. potentielle Energie
$W = \frac{1}{2}Dx^2$	Spannarbeit bzw. potentielle Energie
$W = \frac{1}{2}mv^2$	Beschleunigungsarbeit bzw. kinetische Energie der linearen Bewegung
$W = \frac{1}{2}\theta\omega^2$	Beschleunigungsarbeit bzw. kinetische Energie der Kreisbewegung
$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	Leistung

## Fluide

Dichte:	$\rho = \frac{m}{V}$	$m$ : Masse $V$ : Volumen
hydrostatischer Druck:	$p = \rho gh + p_0$	$h$ : Höhe
Auftriebskraft:	$F_A = \rho_{\text{Fluid}} \cdot V_{\text{verdrängt}} \cdot g$	
Steighöhe in Kapillare:	$h = \frac{2\sigma}{\rho gr}$	$\sigma$ : Oberflächenspannung $r$ : Kapillarradius

## Schwingungen und Wellen

### Grundlegende Beziehungen

$\lambda$	Wellenlänge
$T$	Periodendauer
$f = \frac{1}{T}$	Frequenz
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	Kreisfrequenz
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	Wellenzahl
$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$	Phasengeschwindigkeit
$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$	Gruppengeschwindigkeit

### Harmonischer Oszillator

	einfacher H.O.	H.O. mit Dämpfung	H.O. mit Anregung & Dämpfung
Bewegungsgl.	$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$	$\ddot{x} + \frac{\gamma}{m} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$	$\ddot{x} + \frac{\gamma}{m} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \cos(\omega_e t)$
Lösung	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ : Eigenfrequenz $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ $= \text{Re}\{x_0 \cdot e^{i(\omega_0 t + \varphi)}\}$	$\gamma$ : Dämpfungskonstante $x(t) = x_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ $= \text{Re}\{x_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}\}$ $\delta = \gamma/2m, \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	$\omega_e$ : Erregerfrequenz $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_e t + \varphi)$ $= \text{Re}\{x_0 \cdot e^{i(\omega_e t + \varphi)}\}$ $x_0 = \frac{F}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_0^2)^2 + 4\delta^2 \omega_e^2}}$

### Schwebung

$$x(t) = x_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cdot \cos(\omega t) \quad \text{mit} \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad \text{und} \quad \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

### Wellen

Wellengleichung:  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi(x, t) = v_{ph}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t)$

Lösung:  $\Psi(x, t) = \Psi_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$

Intensität:  $I = \frac{1}{A} \frac{dE}{dt} = \frac{P}{A} \propto \Psi_0^2$  mit A: Fläche

### Stehende Welle

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 \cdot \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

# Optik

## Interferenz

	Laufwegunterschied	Phasenunterschied	
konstruktive Interferenz	$\Delta x = m \cdot \lambda$	$\Delta\varphi = m \cdot 2\pi$	$m = 0, 1, 2, \dots$
destruktive Interferenz	$\Delta x = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$	$\Delta\varphi = (2m + 1) \cdot \pi$	$m = 0, 1, 2, \dots$

## Interferenz am Spalt

Einzelspalt:	Minima $\Leftrightarrow d \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda$	$I^{\text{ES}} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \xi}{\xi}\right)^2$	$m = 1, 2, 3, \dots$ $d = \text{Spaltbreite}$ $\xi = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \alpha$
Doppelspalt:	Maxima $\Leftrightarrow D \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda$	$I^{\text{DS}} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \xi}{\xi}\right)^2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\Phi}{2}\right)$	$m = 0, 1, 2, \dots$ $D = \text{Spaltabstand}$ $\xi = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \alpha$ $\Phi = \frac{2\pi D}{\lambda} \cdot \sin \alpha$
Gitter:	Maxima $\Leftrightarrow D \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda$	$I^{\text{Gitter}} = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{n \cdot \Phi}{2}\right)}{n \cdot \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)}\right]^2$	$m = 0, 1, 2, \dots$ $D = \text{Spaltabstand}$ $n = 0, 1, 2, \dots = \text{Spaltanzahl}$ $\Phi = \frac{2\pi D}{\lambda} \cdot \sin \alpha$

## Brechung und Reflexion

Snellius'sches Brechungsgesetz:	$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2,$	$n_i = \text{Brechungsindizes}$
Reflexionsgesetz:	$\alpha_1 = \alpha_2$	

## Polarisation

Gesetz von Malus:  $I = I_0 \cdot \cos^2 \varphi,$   $\varphi = \text{Winkel zw. Durchlassrichtung des Polarisators und E-Feld-Vektors der Lichtwelle}$

linear polarisiert	zirkular polarisiert	elliptisch polarisiert
$\Psi(z, t) = \begin{pmatrix} a \cdot \cos(\omega t - kz) \\ b \cdot \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\Psi(z, t) = \begin{pmatrix} a \cdot \sin(\omega t - kz) \\ a \cdot \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\Psi(z, t) = \begin{pmatrix} a \cdot \sin(\omega t - kz) \\ b \cdot \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$

## Geometrische Optik

Abbildungsgleichung:	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$	$f = \text{Brennweite } (> 0 \text{ f\u00fcr konvexe, } < 0 \text{ f\u00fcr konkave Linsen)}$
		$g = \text{Gegenstandsweite } (> 0 \text{ vor, } < 0 \text{ hinter der Linse)}$
		$b = \text{Bildweite } (> 0 \text{ hinter, } < 0 \text{ vor der Linse)}$
Vergr\u00f6\u00dferung:	$M = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$	$B = \text{Bildgr\u00f6\u00dfe}$
		$G = \text{Gegenstandsgr\u00f6\u00dfe}$

# Elektrodynamik

## Elektrostatik

Coulombgesetz:  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$

$F$  = elektrostatische Kraft

$\epsilon_0$  = elektrische Feldkonstante

$Q$  = elektrische Ladung

$r$  = Abstand der Ladungen

elektrische Feldstärke:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$

## Kondensator

elektrisches Feld:  $E = \frac{U}{d},$

$U$  = elektrische Spannung

$d$  = Abstand der Kondensatorplatten

Kapazität:  $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d},$

$\epsilon_r$  = Dielektrizitätszahl

$A$  = Fläche der Kondensatorplatten

$$C = \frac{Q}{U}$$

## Stromkreis

Ohmsches Gesetz:  $R = \frac{U}{I},$

$R$  = elektrischer Widerstand

$U$  = elektrische Spannung

$I$  = elektrische Stromstärke

Widerstand Reihenschaltung:  $R = R_1 + R_2,$

$R_i$  = Einzelwiderstände

Widerstand Parallelschaltung:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$